

小树老师的数学课

Word problem

课程回顾

- Digit 表达
- 数理统计

Arithmetic mean /average Median Mode Range Standard deviation

- Algebra

测试题

An integer greater than 1 that is not prime is called composite. If the two-digit integer n is greater than 20, is n composite?

- (1) The tens digit of n is a factor of the units digit of n .
- (2) The tens digit of n is 2.

【解释】合数定义； >20 的两位数是否是合数

1 $\rightarrow n=10a+b$ $b=xa$ $n=10a+xa=a(10+x)$ 合数

2 $\rightarrow$ 可以是21 or 29 NS

【A】

测试题

if the operation@ $a@b=a+b-ab$ 下面哪个等式成立？

I $A@b=B@a$

II $A@0=a$

III $(a@B)@c=a@(b@c)$

1 $A@b=B@a \rightarrow a+b-ab \quad b+a-ab \checkmark$

2 $A@0=a \rightarrow a=0-0=a \checkmark$

3 $(a@B)@c=a@(b@c) \rightarrow a+b-ab+c-c(a+b-ab)=a+b+c-ab-ac-cb+abc$

$a@(b@c)=a@(b+c-bc)=a+b+c-bc-a(b+c-bc)=a+b+c-bc-ab-ac+abc \checkmark$

【I II & III】

测试题

PS: 19个连续正偶数的平均值是22, 求中位数?

【解释】

连续正偶数 19个的和=第一项+第19箱) $\times 9$ + 第10项=22

第10项=22

【22】

应用题 & 语法

- word → 语法 句子的主语和定语
- 找谓语 确定主语
- Ed形式的定语 and 从句形式的定语
- word → 长句子找对称
- Ratio ... to...
- Percent of... And percent of...
- N that... more than N that...

Word problems

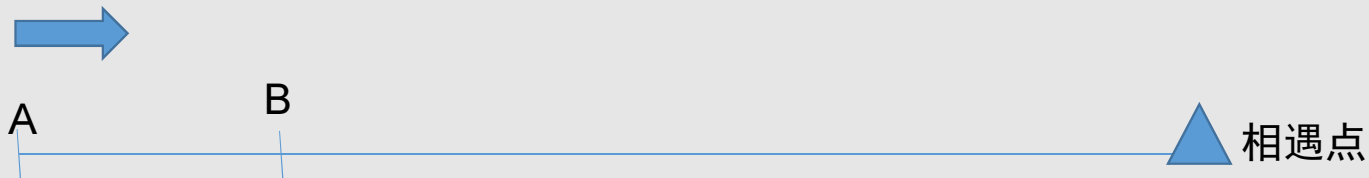
- 1 rate problems
- 2 work problems:
- 3 mixture problems:
- 4 interest problems:
- 5 discount
- 6 profit
- 7 sets
- 8 geometry problems
- 9 measurement problems
- 10 data interpretations

rate problems 模型1一般情况的考点

- $\text{Rate} \times \text{Time} = \text{Distance}$

速度 $\times$ 时间 = 路程 $\rightarrow$ 追击和相遇问题

- Velocity: speed



例题

- PS: 一个人8:00过了一个点, 速度是80km/h, 另一个人8:30过了同一个点, 速度是96km/h, 问几点后一个人追上前一个人?

【解释】

相差了A半个小时走的距离就是 $80 \times 1/2 = 40$ KM.

在计算B 与A 相遇的时间。路程差是40KM.

$40 / (96 - 80) = 2.5$ h.

8:30过了2.5H 就是11:00。

【答案】 11:00

例题

PS：还有说一辆truck 速度4m/s,火车6m/s，这辆truck在火车边上的铁轨开，火车从front到end经过 front of the bump（？这个单词记忆不清晰） of the truck takes 1 min,问火车长多少？

【解释】重新整理题干信息。

truck 速度 $V=4\text{m/s}$ 火车 6m/s

两者路程平行。火车头从truck的后端到火车尾到truck的前端 需要 $1\text{min}=60\text{s}$



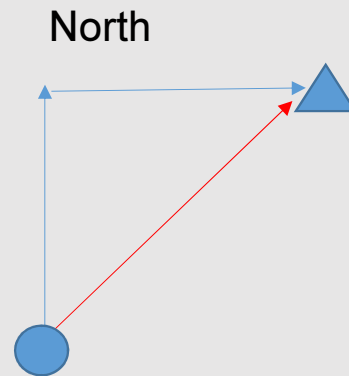
如图 火车一分钟的路程=火车长+卡车位移

火车长 $= 6 \times 60 - 4 \times 60 = 120\text{m}$

【答案】 120m

rate problems 模型2 有角度

- 结合三角形或者四边形的运算。一般描述中带有方位的表述。比如向南走；西北走，诸如此类。



蓝色路径 A 红色路径 B

- 1 根据题意画图几何图形
- 2 找出等式关系 同普通题目

rate problems 模型3 顺风逆风

- 水流速度 or 风速的问题

前提：保持水流速度or风速的方向不变

顺风顺水 $+v$

逆风逆水 $-v$

- 注意：方向的影响

例题

• PS: 最后一题是一个开飞机的去的时候顺风400miles的旅程速度是350m/h, 回来旅程相同, 逆风速度250m/h, 问飞机速度?

A. 200

B. 250

C. 300

D. 350

E. 400

【解释】

顺风时候飞机的速度=飞机的速度+风的速度=350 ;

逆风时候飞机的速度=飞机的速度-风的速度=250 ;

飞机的速度= 300

【答案】 300

work problems 设1 法

- $1/r + 1/s = 1/h$
- 效率 $\times$ 时间 = 工作量 $\rightarrow$ 设 1 法
- 当总的工作量是一个定值的时候，可以设为1。

模板题&模板题**plus**

- E.g. 完成10,000的订单 A 单独工作需要8小时完成, B比A多2小时, 求AB一共完成的时间?
- E.g. 完成10,000 的订单, A 单独工作需要8小时, B 比A 多2小时, 求AB一起工作4小时候 B 单独完成剩余工作需要的时间?

【解释】

- E.g. 完成10,000的订单 A 单独工作需要8小时完成, B比A多2小时, 求**AB一共完成的时间?**

设10 000的订单是1 A的工作效率是 $1/8$ B 工作效率是 $1/10$

$$1 \div (1/8 + 1/10) = 40/9 \text{ hour}$$

- E.g. 完成10,000 的订单, A 单独工作需要8小时, B 比A 多2小时, 求AB一起工作4小时候 B 单独完成剩余工作需要的时间?

设10 000的订单是1 A的工作效率是 $1/8$ B 工作效率是 $1/10$

$$[1 - (1/8 + 1/10) \times 4] \div 1/10 = 1 \text{ hour}$$

mixture problems 模型

A, B 两种盐水, A的浓度是10%, B的浓度是20%, 现在用10gallon的A和10gallon的B混合, 求混合物的浓度?

【解释】

$10\% \times 10 + 20\% \times 10 = 3 \rightarrow$ 溶质

$10 + 10 = 20 \rightarrow$ 溶液

浓度 $= 3/20 = 15\%$

1 两个等式 溶质 溶液
2 按照浓度列等式

不局限于溶液混合【引申】

- If 6 pounds of nuts that cost 1.2\$ per pound are mixed with 2 pounds of nuts that cost 1.6\$ per pound, what is the cost per pound of the mixture?

$$6 \times 1.2 + 2 \times 1.6 = 10.4 \text{ \$}$$

$$2 + 6 = 8$$

$$10.4 \div 8 = 1.3$$

interest problems 【模型1】

principle $\times$ interest rate $\times$ time 【simple annual】

e.g. If 8000\$ is invested at 6 percent simple annual interest, how much interest is earned after 3 months?

【解释】

$$0.06 \times 8000 \times 3/12 = 120\$$$

interest problems 【模型2】

Principle $\times (1+r\%/n)^{(ny)}$ 【compounded】
银行利率 $r\%$ n 为计息周期 y 为年数

e.g.

If 10 000\$ is invested at 10% annual interest, compounded semiannually, what is the balance after 1 year?

【解释】 $10\ 000 (1+10\%/\underline{2})^{\underline{2}}$ dollars

例题

- DS: 一个人A, 存了amount of T的钱, 用simple interest 6%存了一年, 得到利息t, 然后全部取出后又存了一年, 这一年的simple interest 是8%。另一个人B, 存了存了amount of H的钱, 用simple interest 8%存了一年, 得到利息h, 然后全部取出后又存了一年, 这一年的simple interest 是6%。问这两人现在谁的钱多?

1: $T > H$

2: $t > h$

【解释】A $1.06T * 1.08$ B $1.08H * 1.06$ 利率乘积相等 对比本金即可 本金多的人现在钱多

1 $\rightarrow$ S

2 $\rightarrow 1.06T > 1.08H$ $T > H$ S

【答案】D

课前测试题

- In a certain animal population, for each of the first 3 months of life, the probability that an animal will die during that month is $1/10$. For a group of 200 newborn members of the population, approximately how many would be expected to survive the first 3 months of life?
- A 140
- B 146
- C 152
- D 162
- E 170

【解释】

$$200 (1 - 1/10)^3 = 146$$

【B】

Discount

- 80% off discount = 20% price .

e.g.

A certain customer paid 24\$ for a dress, if that price represented a 25% discount on the original price of the dress, what was the original price of the dress?

【解释】 $24 = (1 - 25\%) \text{ original price} \rightarrow \text{original price} = 32 \$$

Tax and tips

*易错点

- 含税价 or 不含税价 含小费价格 or 不含小费价格
- E.g 有一家人去吃饭，税是5%，tips是账单金额（含税）的10%，这家人一共支付了115.5刀，问他们吃饭花了多少钱？

【解释】 $\text{Price} \times (1+5\%) (1+10\%) = 115.5$

→ price=100

profit 模型

(gross) Profit=Revenue- Cost or Price

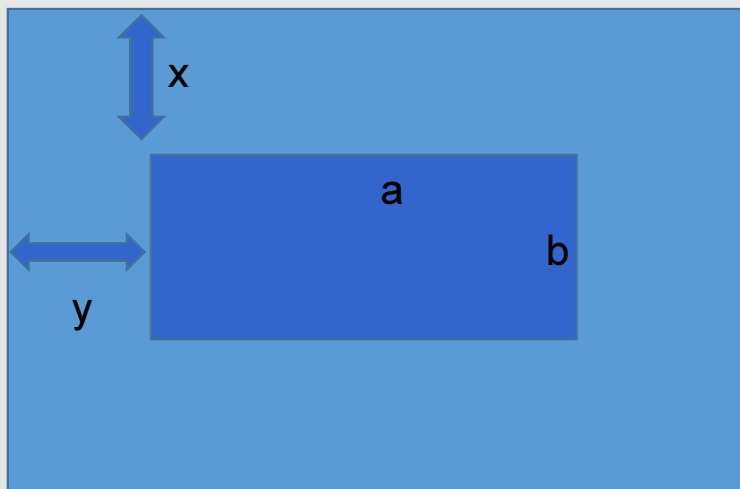
e.g. A certain appliance costs a merchant 30\$, at what price should the merchant sell the appliance in order to make a gross profit of 50 percent of the cost of the appliance?

【解释】 $S-30=50\% \times 30 \rightarrow S=45$

geometry problems

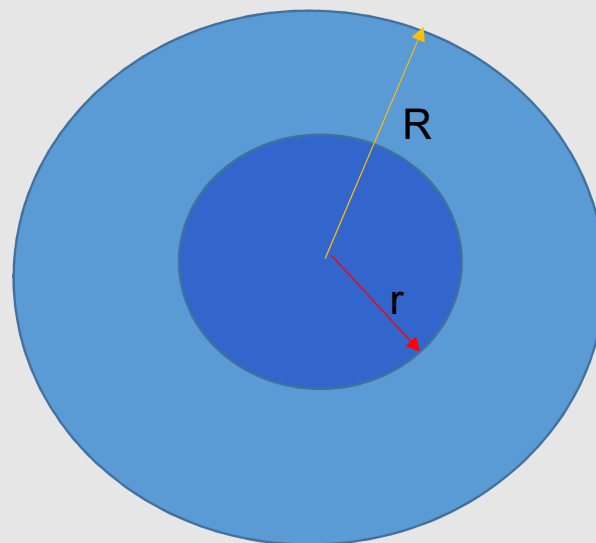
- 模板01
- 原型：水流速度 $\times$ 时间的体积 $\rightarrow$ 结合几何中的体积公式
- 例题
- DS 一个进水pipe 流速是 $2 \text{ m}^3/\text{hour}$,一个直圆柱的容器，底面半径是1 米，高是 h 米，求容器加满需要多长时间？
 - 1 圆柱体高是 h 米
 - 2 圆柱体开始时有3米高的水。

GMAT必考的几何模型1



求阴影面积

$$(a+2x)(b+2y)-ab$$

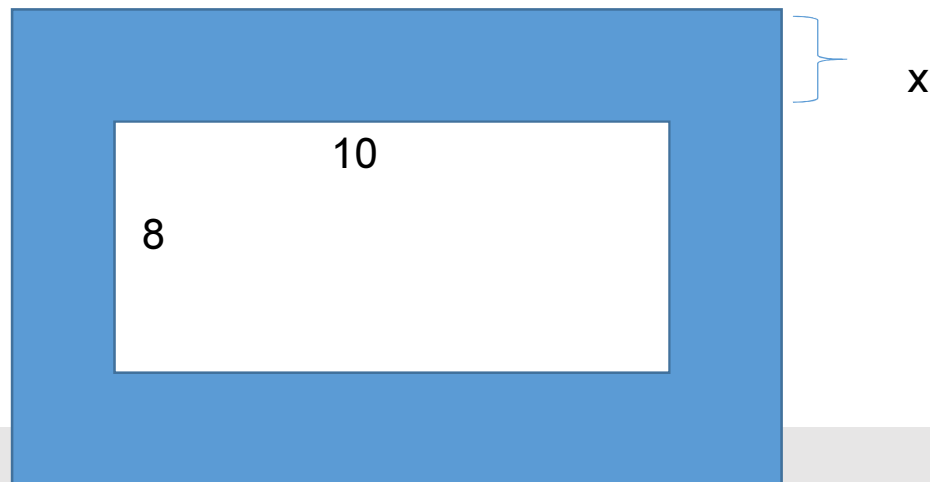


求阴影面积

$$\pi R^2 - \pi r^2$$

A border of uniform width is placed around a rectangular photograph that measures 8 inches by 10 inches. If the area of the border is 144 square inches, what is the width of the border, in inches?

- ☐ A 3
- ☐ B 4
- ☐ C 6
- ☐ D 8
- ☐ E 9



【解释】

$$(8+2x)(10+2x)-80=144$$

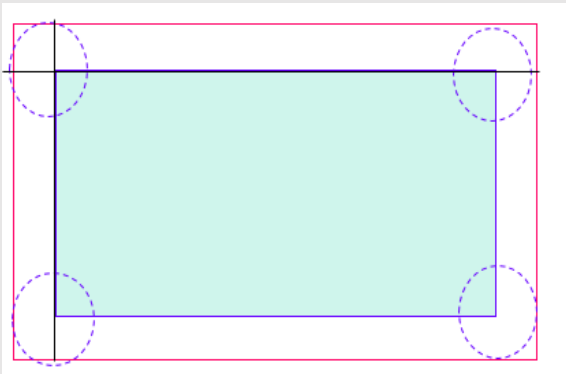
$$4x^2+36x-144=0 \quad x^2+9x-36=0 \quad (x-3)(x+12)=0 \quad \text{只能是正}$$

$$x=3$$

【A】

例题

【概率】PS：说有一个length 10, width 8的广场,中间要造一个半径 $r=1\text{m}$ 的喷水池，这个centre of circle可以选任意一个点，问有多少的probability that the edge of the circle doesn't exceed the rectangle?



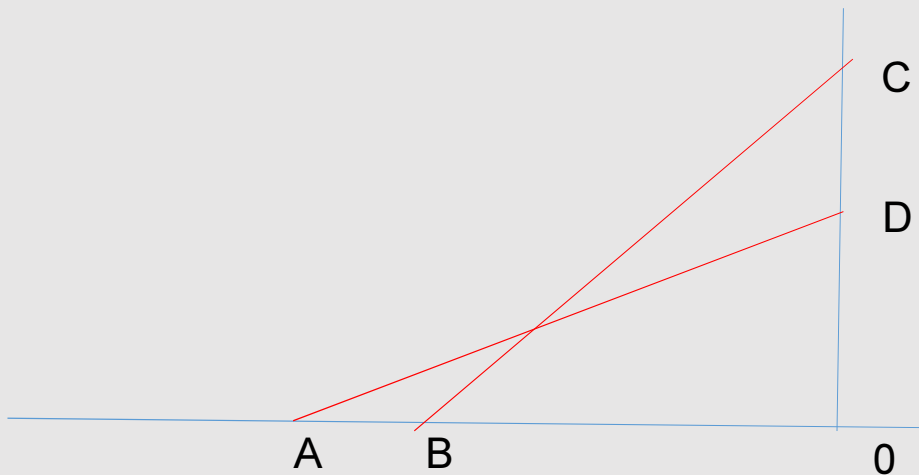
【解释】

如图 蓝色阴影部分区域是可能的圆心集合
红色方框代表rectangle. 则概率=小长方形面积 / 大长方形面积 = $\frac{(10-2)(8-2)}{10 \times 8} = \frac{3}{5}$

【答案】 $\frac{3}{5}$

GMAT必考的几何模型

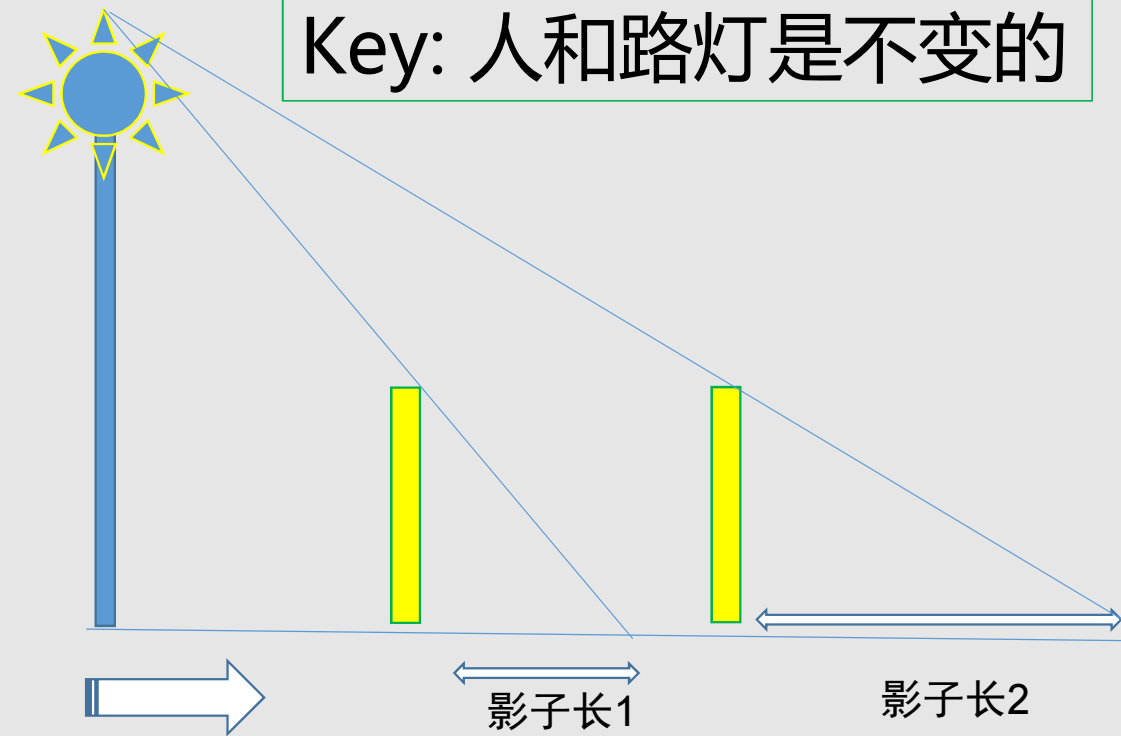
梯子题

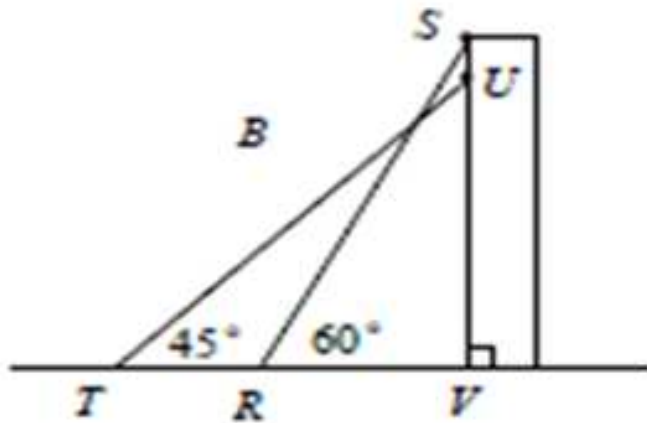


Key: 梯子是不变的

路灯和人影

Key: 人和路灯是不变的





27. In the figure below, segments RS and TU represent two positions of the same ladder leaning. What is the length of TR ?

- (1) The length of TU is 10 meters.
- (2) The length of RV is 5 meters.

D

梯子长度不变

求出梯子长即可

1 S 2 RV可求RS S

measurement problems

- 养成看到单位先换算的好习惯
- 1 Meter=100 cm=1000mm
- 1hour=60min=3600 seconds
- 1year=365 days (common year) or 366days (leap year)
- 1 dozen=12

英寸 英尺 加仑的单位换算 考试会给出 不需要记背。

measurement problems

- E.g. A train travels at a constant rate of 25 meter per second, how many kilometers does it travel in 5 minutes?
- 5 min 走了 $= 5 \times 25 \times 60 = 7500$ meters $= 7.5$ kilometers

data interpretations

Example 1:

Population by Age Group (in thousands)	
Age	Population
17 years and under	63,376
18–44 years	86,738
45–64 years	43,845
65 years and over	24,054

$$63376 + 86738 = 150114$$

How many people are 44 years old or younger?

应用题小结

- word $\rightarrow$ 建模
- 找等式 or 不等式
- 套用应用题类模型。

THX!

请大家课后把课上题目重新整理

并完成习题**03**的内容

选听课程已经配置完毕