

基础篇

小树的数学课-1.1

PS&DS做题方法

PS题目做题方法

- 常规思路解题
- 代入法
- 数位判定法

PS的答案永远是唯一的

难度1 只能用选项做题

Which of the following is NOT equal to the square of an integer?

☐ A $\sqrt{1}$

☐ B $\sqrt{4}$

☐ C $\frac{18}{2}$

☐ D 41-25

☐ E 36

【解释】

A 1 ✓ B 2 ✗ C 9 ✓ D 16 ✓ E ✓

【答案】 B

难度1 数位判定法 例题

- PS题目方法

The value of $(9 \times 10^7)(9 \times 10^8)$ is closest to which of the following?

A 10^{16}

B 10^{17}

C 10^{56}

D 10^{57}

E 10^{58}

【解释】
等价求 $10^8 \times 10^9$

【答案】 B

难度4 代入法例题

If $2^x + 2^y = x^2 + y^2$, where x and y are nonnegative integers, what is the greatest possible value of $|x-y|$?

A.0

B.1

C.2

D.3

E.4

【解释】

提示:在nonnegative integer中最小是0

带入 $y=0$ $2^x+1=x^2$ 后 $|x-y|$ 的差就是 x 的数值

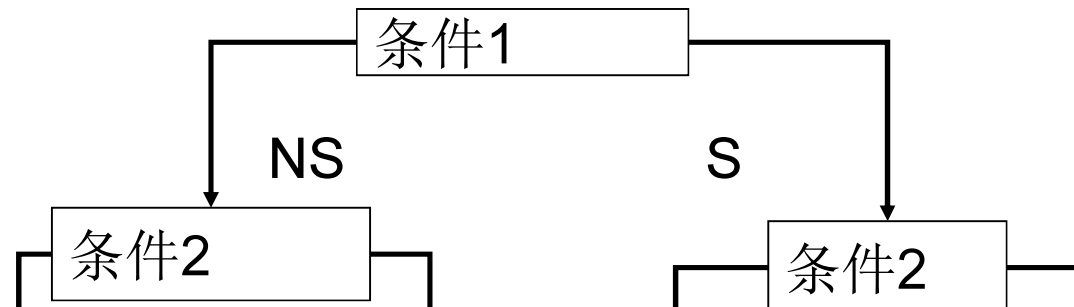
A选项带入 ×

B $2+1$ ×

C $4+1$ ×

D $8+1=3^2$ ✓ 正解

DS 做题逻辑



- ☐ A Statement (1) ALONE is sufficient, but statement (2) alone is not sufficient.
- ☐ B Statement (2) ALONE is sufficient, but statement (1) alone is not sufficient.
- ☐ C BOTH statement TOGETHER are sufficient, but NEITHER statement ALONE is sufficient.
- ☐ D EACH statement ALONE is sufficient.
- ☐ E Statements (1) and (2) TOGETHER are NOT sufficient.

DS 逻辑易错点

- 容易把条件1 带入到条件2 。误选B 实际应该是选？
- 容易陷入的困境。
- 1 选项充分 那么1+2不是也充分 是选择A还是C？

DS 考点归纳

- 唯一性 → 凡是解答类型的题目
- 是否求出计算 → 回答问题Y/N
- 取范围 → 凡是不等式类型的题目

唯一性的题目逻辑

• what is the number of B?

① $B =$ 已知数 $\checkmark$

② $B \in (\text{常数1}, \text{常数2}) \times$

③ $B = \text{常数1 or 常数2} \times$

④ $B =$ 函数表达式 (例如 $2n, 3a+1$) $\times$

唯一性

【方程】 DS: $|x+4|=2$, 问 $x=?$

1: $x < 0$:

2: $x^2+8x+12=0$

【解释】

$x=-2$ 或 -6 判断唯一解

1 $\rightarrow x=-2$ 或 $-6 \rightarrow$ NS

2 $\rightarrow x=-2$ 或 $-6 \rightarrow$ NS

1+2 $\rightarrow$ NS

【答案】 E

是否求出计算的模型题

• DS is $x=2$?

1: $x+3=5$

2: $6x=18$

【解释】

$1 \rightarrow x=2$ S

$2 \rightarrow x=3 \neq 2$ S

【答案】D

取范围的题目逻辑

• is $2 < b < 5$

① $b < 1$

② $b \leq 2$

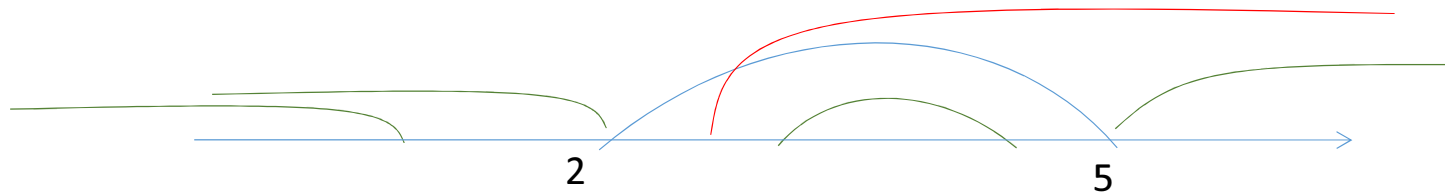
③ $b > 3$

④ $3 < b < 4$

⑤ $2 \leq b \leq 5$

⑥ $b \geq 5$

⑦ $b > 6$



DS类型题1

DS: both X and Y are more than 0, $X < 70$?

- 1) $4y + 3x < 200$
- 2) $6y + 5x < 340$

【解释】

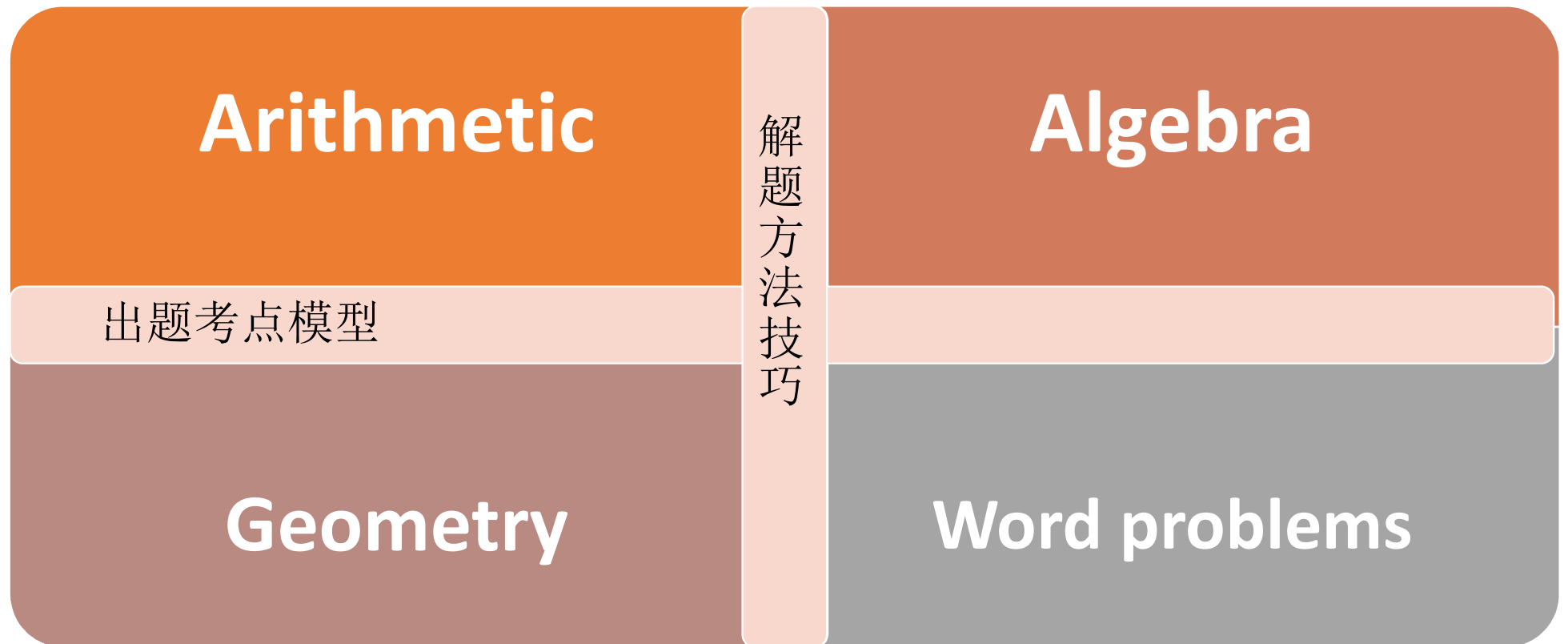
$$1 \rightarrow x < (200 - 4y) / 3 < 200 / 3 < 70 \rightarrow S$$

$$2 \rightarrow x < (340 - 6y) / 5 < 340 / 5 < 70 \rightarrow S$$

【答案】D

② GMAT的二维破题模型

GMAT math的二维破解模型



解题过程拆解

◆读取题目信息。确定题目类型

◆提取数学模型。 对应解题思路

➤学习重点1 单词 表达积累

➤学习重点2 识别题目类型

➤学习重点2 套路

③ GMAT math 知识点基础01

Arithmetic 数理部分 --factor

- Integer : Integer 没有限定0, 正, 负。从整除的概念出发。

An integer is any number in the set {... -3,-2,-1,0,1,2,3...}

If x and y are integers and $x \neq 0$, then x is a *divisor* (*factor*) of y provided that $y = xn$ for some integer n .

In that case, y is also said to *be divisible by* x or *to be a multiple of* x .

For example, 7 is a divisor or factor of 28 since $28 = 7 \times 4$, but 8 is not a divisor of 28 since there is no integer n such that $28 = 8n$

在GMAT当中 我们看到 *divisor factor, be divisible by, be a multiple of* 作为同一类。称为**factor**题目。从因子做题入手

In a certain game, a large container is filled with red, yellow, green, and blue beads worth, respectively, 7, 5, 3, and 2 points each. A number of beads are then removed from the container. If the product of the point values of the removed beads is 147,000, how many red beads were removed?

- ☐ A 5
- ☐ B 4
- ☐ C 3
- ☐ D 2
- ☐ E 0

D $147000 = 147 \times 10^3 = 3 \times 7^2 \times 2^3 \times 5^3$ 2个7

Factor 模型题目 1 因子数公式

- 因子数: factor的个数 e.g. 4 的factor 有1, 2, 4 三个

➤公式

当一个数写成质数的指数相乘的时候

因子数=指数+1 相乘

E.g. $12=3 \times 2^2$ 指数分别是1 和2

因子数= $(1+1) (2+1) = 2 \times 3 = 6$

Factor 模型题目2 因子数和质因子数

- Positive factor number VS prime factor number

➤ Prime factor number: 组合一个数字的不同的质数的个数

E.g. $12=2^2 \times 3$ 12由2和3, 2个prime factor 组成
prime factor number =2

注意: 质因子个数 和指数无关 之和底数相关

What is the number of positive factors of 252 ?

- ☐ A 9
- ☐ B 15
- ☐ C 18
- ☐ D 21
- ☐ E 27

$$252=2 \times 126=2 \times 6 \times 21=2^2 \times 3^2 \times 7$$

套用公式 $3 \times 3 \times 2=18$

例题

- 一个数由4个质数相乘得到，其中2个质数一样，问这个数有多少个因子

【解释】 因子数=（指数+1）相乘
 $(2+1) * 2 * 2 = 12$

【答案】 12

例题

x有多少个质因数？

1) x是180的倍数

2) x是7200的因数

【解释】

1→180的质因数为2, 3, 5, 180的倍数可以是180*7或180*11, 质因数个数不同→NS

2→x可能是2或100或其他多种可能, x的质因数个数不确定→NS

1+2→ $180=2^2*3^2*5$

$7200=2^5*3^2*5^2$ 质因数均为2, 3, 5

→x质因数也为2, 3, 5→S

【答案】C

Arithmetic 数理部分 –prime number

- Prime number

Is a positive integer that has exactly two different positive divisors, 1 and itself.

Except 1, Otherwise, is Composite number

2 Is the only even number in prime set.

Except 2 , the other prime numbers are odd number.

If x and y are positive integers and x is a multiple of y , is $y=2$?

(1) $y \neq 1$

(2) $x+2$ is a multiple of y .

C $x=cy$ $y=2$?

1 $\rightarrow$ NS

2 $\rightarrow (x+2)/y = x/y + 2/y$ $x/y = c$ 整数 $2/y =$ 整数 $y=1$ or 2 NS

1+2 S

If x and y are different prime numbers, each greater than 2, which of the following must be true?

I $x + y \neq 91$

II $x - y$ is an even integer.

III $\frac{x}{y}$ is not an integer.

- ☐ A II only
- ☐ B I and II only
- ☐ C I and III only
- ☐ D II and III only
- ☐ E I, II and III

E 91=odd odd+odd=even ✓

Odd-odd ✓

Prime number ✓

E

The positive integer k has exactly two positive prime factors, 3 and 7. If k has a total of 6 positive factors, including 1 and k , what is the value of k ?

(1) 3^2 is a factor of k .

(2) 7^2 is NOT a factor of k .

D

有两个质因子 一共有6个因子数 $6=2 \times 3$ $k=3^2 \times 7$ or $7^2 \times 3$

1 $3^2 \times 7$ only

2 同理1

If k is a positive integer, is k the square of an integer?

(1) k is divisible by 4.

(2) k is divisible by exactly 4 different prime numbers.

$K = \text{某数}^2$

1 $k = 2^2 \times \text{NS}$ 2 四个质因子 未知指数 NS

1+2 NS

E

Arithmetic 数理部分 – 余数

- Positive integer 正整数的概念 作为余数的前提 即余数一定是positive integer
- If x and y are *positive integers*, there exist unique integers q and r , called the *quotient* and *remainder*, respectively such that *$y=xq+r$ and $0 \leq r < x$* .

For example, 28 is divided by 8, the quotient is 3 and the remainder is 4 since $28=8 \times 3+4$.

Remainder : 余数题 每个月必考

思考作业1 : 在正整数下的余数, 负整数的余数怎么做?

例题

- 10890个球， 每筐装六个， 有P Q R S T U 六个标码的筐循环在传送带是接球， 问最后一个球是在哪个筐里

【解释】

球装入多少个筐里： $10890/6=1815$

1815个筐分在题目中的六个标码的筐里， 最后一个是哪个编码

$1815/6=302$ 余3， 也就是最后一个球在R筐里

【答案】 R

余数模型1 周期循环找对应

- 0 1 5 6

- 个位数永远不变

2^{203} , 求个位数

- 2 4 8

2	4	8	6
	4		6
8	4	2	6

- 3 7 9

3	9	7	1
7	9	3	1
	9		1

余数模型1 周期循环找对应

- 0 1 5 6

- 个位数永远不变

2^{203} , 求个位数

- 2 4 8

2	4	8	6
	4		6
8	4	2	6

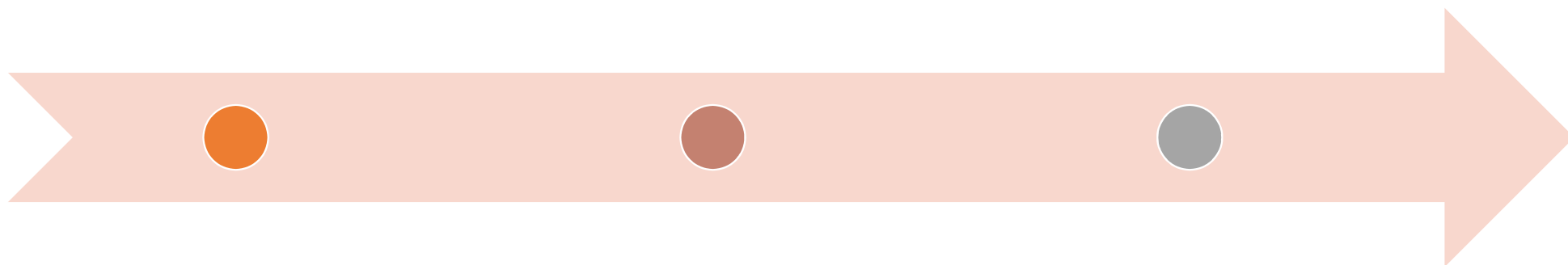
- 3 7 9

3	9	7	1
7	9	3	1
	9		1

数轴上的余数

$$x+r$$

$$3x+r$$



$$2x+r$$

余数模型 2 定义法

- R可以被3整除 求 $(r+1)(r+2)$ 除以3的余数？

【解释】

$(r+1)(r+2) = r^2 + 3r + 2$ r^2 $3r$ 都是3的倍数 余数=2

例题

DS 分一个东西，总数不超过34（数字不确定） 问这个东西总数是多少

- 1) 分给一个7人group多3个
- 2) 分给一个4人group多2个

【解释】

1 $\rightarrow 7x+3$ 未知 x NS

2 $\rightarrow 4y+2$ 未知 y NS

1+2 $\rightarrow 7x+3=4y+2 \rightarrow 4y-7x=1$ y 最小是2 $x=1$ number=10+28n 只有10

only S

【答案】 C

例题

一个数被7除余3，问能不能确定被5除的余数

- 1) 被4除余2,
- 2) 被35除余3

【解释】 $7x+3=n$ 求 $n/5$ 余数

1 $\rightarrow n=4y+2$ $n=28m+10$ m 未知 NS

2 $\rightarrow n=35p+3$ 一定是 $5x+3$ 因为 $5 \times 7=35$ 和 $7x+3$ 同余 S

【答案】 B

例题

关于mod-模的题，符号是@，题目解释了一下 $x @ y = x/y$ 的余数，然后问 $x @ 6 = ?$

$$1: x @ 3 = x @ 12$$

$$2: x @ 4 = 2$$

【解释】

1→ x 除以3的余数 = x 除以12的余数 x 是3和12的最小公倍数+一个小于3的余数

所以 x 除6的余数 也是 x 除以3的余数可以是 0, 1, 2 NS

2→ x 除以4的余数=2 $x=4m+2$ $4m+2$ 除以6 未知 NS

1+2→ x 要符合被12除余某数 4 和12的最小公倍数还是12，所以和4的一致 余2 S

【答案】C

Arithmetic 数理部分 – 奇偶性

- Even integer and odd integer

Any integer that is divisible by 2 is an *even integer*, otherwise is an *odd integer*.

$\therefore$ even integer $= 2n$ odd integer $= 2n+1$ or $2n-1$.

奇偶性模型

- Even * Any integer = Even
- Even $\pm$ Even = Even Odd $\pm$ Odd = even
- Even $\pm$ Odd = Odd

例题

【DS】 c, d are integers , the product of cd is odd?

- 1) $c(d+1)$ is odd
- 2) $(c+1)d$ is even

【解释】 cd 中有一个是偶数 即可。

1→ c 和 $d+1$ 都是奇数， d 是偶数， cd 是偶数→S

2→ $c+1$ 和 d 至少有一个是偶数，如果 $c+1$ 为偶， d 为奇，则 cd 为奇数；

如果 $c+1$ 为奇数， d 为偶数，则 cd 为偶数；如果 $c+1$ 和 d 都是偶数， cd 为偶数。→NS

【答案】 A

If x and y are integers, is y an even integer?

(1) $2y - x = x^2 - y^2$

(2) x is an odd integer.

A

Y 是否是偶数?

1 $y(y+2) = x(x+1) = \text{even}$ y 和 $y+2$ 性质一样只能都是偶数

S

2 和 y 无关

What is the remainder when the positive integer n is divided by 2?

(1) When n is divided by 5, the remainder is an odd integer.

(2) When n is divided by 10, the remainder is an odd integer.

B

别2除余数 其实就是问奇偶性

1 $n=5x+\text{odd}$ x 未知奇偶性未知 NS

2 $n=10y+\text{odd} = \text{even} + \text{odd} = \text{odd}$ S

THX!

请大家课后把课上题目重新整理

并完成习题01的内容

选听课程已经配置完毕