



MATH BIBLE



GMA 770



目录

数学基础	— — — — —	p3
排列、组合与概率	— — — — —	p3
方程与不等式	— — — — —	p4
数列与集合	— — — — —	p4
几何	— — — — —	p5
统计	— — — — —	p6
数论	— — — — —	p7



GMAT数学基础

DS (Data Sufficiency):

目标: 寻找充分条件使得**结论唯一**

策略: **DS不需要求解**! 能判断充分与否就够!

PS (Problem Solving):

策略: 选择而非计算, 没有思路时看选项

毛栗砸:

1. GL有女盆友咩?

a) 有 ($T \wedge T \sim$ 充分)

b) 没有 ($(\neg T \wedge \neg T) \sim$ 充分)

c) 不确定有没有诶... (不充分)

2. GL有几个女盆友? (x表示女盆友个数)

A. $x \leq 1$ (不充分)

B. $(x+1)(x-1)=0$ (充分, $x=-1$ 舍去, 只有唯一答案)

C. $(x-1)(x-2)=0$ (不充分)

3. GL女盆友的身高大于165吗?

(x表示女盆友身高)

A. GL女朋友的身高 < GL的身高 (不充分)

B. 女朋友身高大于170 (充分)

C. $(x-160)(x-163)=0$ (充分)

利率 (interest)

单利通式: $a_1 \times (1+nx)$

复利通式: $a_1 \times (1+r/n)^{(n*t)}$

综合例子: GL找小7借钱, 年利率为12% (啊对~就四酱紫放高利贷的!), 按每月的复利计算, 两年后100元变成多少元?

$$100 * (1 + 12\% / 12)^{(12*2)}$$

排列、组合与概率

1. 排列 (permutation) 与组合 (combination)

$P_m^n = m! / (m-n)!$ 从m个人中挑出n个人进行排列的可能数。

$C_m^n = m! / n!(m-n)!$ 从m个人中挑出n个人进行组合的可能数。

1) 加法原理

某件事由**两种方法**来完成, 第一种方法可由m种方法完成, 第二种方法可由n中方法完成, 则这件事可由m+n种方法来完成。

例: 完成一项工作可由数学组成员单独完成, 也可由逻辑组成员单独完成, 数学组2人, 逻辑组组3人, 则完成工作一共有2+3种方式。

2) 乘法原理

某件事由**两个步骤**来完成, 第一个步骤可由m种方法完成, 第二个步骤可由n中方法完成, 则这件事可由m x n种方法来完成。

例: 上GMAT课程必须要上数学、SC、CR三种课, 数学可以由GL或小7其中一人来上, SC可由修修或Derek其中一人来上, 逻辑可由施主或湿太其中一人来上, 问一共有多少种不同的选择方法? $2*2*2=8$ 种

2. 概率 (probability, possibility)

1) 概率基本原理 (古典定义)

$P(A) = A$ 所包含的基本事件数/基本事件总数。

例2: GMAT770一共4个男生4个女生, 问随机从里面选两次 (有放回的), 至少有一次是男生的概率?

$$1 - (4/8) * (4/8)$$

总概率-两次都是女生的概率

2) 条件概率:

事件A在另外一个事件B已经发生条件下的发生概率。条件概率表示为 $P(A|B)$, 读作“在B条件下A的概率”。

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$$

3. 常用方法:

1) 捆绑法: 当题干提到两个东西中间无间隔时

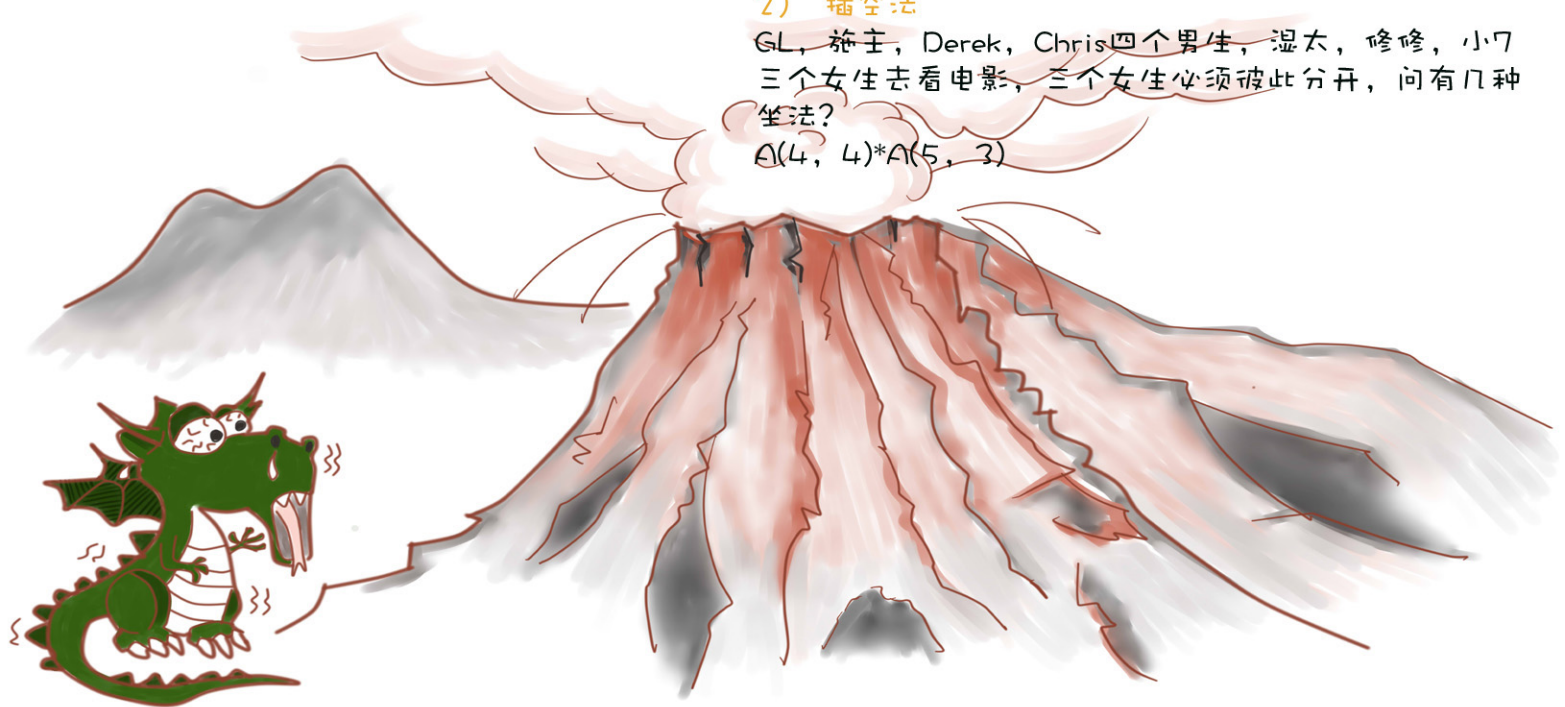
施主, 湿太, GL, Derek, 小7五个小盆友参加比赛, 其中GL小朋友和小7小朋友之间不能有其他小朋友, 问共有几种不同的出场顺序

$$A(4, 4) * A(2, 2)$$

2) 插空法

GL, 施主, Derek, Chris四个男生, 湿太, 修修, 小7三个女生去看电影, 三个女生必须彼此分开, 问有几种坐法?

$$A(4, 4) * A(5, 3)$$



2. 等差数列与等比数列

	相关公式	Tip
等差数列	$a_n = a_1 + (n-1)d$ $S_n = (a_1 + a_n)n/2$ $n = (a_n - a_1)/d + 1$	首项, 末项, 公差, 项数, 四个知道任意三个可求另一个。
等比数列	$a_n = a_1 * q^{n-1}$ $S_n = a_1 * (1 - q^n) / (1 - q)$ 当 $ q < 1$ 时, $S_{\infty} = a_1 / (1 - q)$	首项, 末项, 公比, 项数, 四个知道任意三个可求另一个。

数列与集合

(出门左拐不客气)



3. 集合(set)

无重复元素的序列(或数集)就是集合。



$A \cap B$ = 绿色“都喜欢”

$A \cup B$ = 蓝 + 绿 + 黄

总人数, “喜欢GL”, “喜欢小7”, “都喜欢”, “都不喜欢”, 五个变量知四求一
如果题干涉及到两种属性A, B, 且互不影响, 可以通过列表形式求解

例题: GMAT770团队共8人, 单身的4人T^T, 在国内的2人, 问在国内且单身的几人?

a. 非单身的有4个在国外

b. 在国内的单身和非单身的人数一样多

Answer: D

题干里面说的介个淫是GL~哈哈国内单身女青年们不用谢我

解题思路:

	单身的	非单身的	Total
在国内			2
在国外		4 (from 条件a)	6
Total	4	4	8

1. 数列&集合相关词汇

arithmetic progression 等差数列 geometric progression 等比数列

set 集合

term 子集

sequence 序列

term 序列中的项

inclusive 包含序列的首末项

exclusive 不包含序列的首末项

1. 相关词汇

方程: equation 解: solution

等于: = equal to, the same as, is

大于: > more than 小于: < less than

小于等于: $\leq$ no more than 大于等于: $\geq$ no less than

加: + add A to B, plus, sum of A and B, total

减: - minus, less, difference, subtract A from B

乘: $\times$ multiply, product

除: $\div$ A divided by B, A divided into B, A divisible by B

绝对值: $| \cdot |$ absolute value

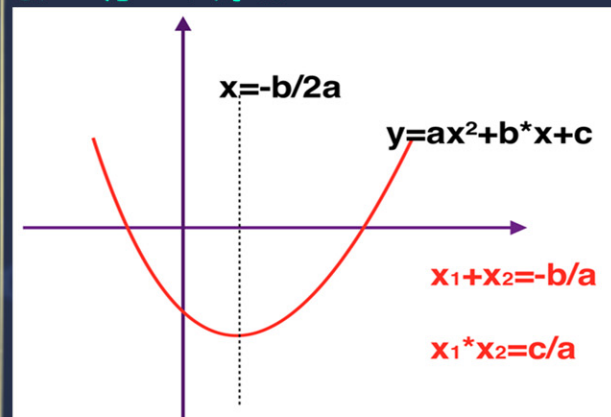
平方: x^2 square

立方: cube

开平方: square root

开立方: cube root

2. 一元二次方程



一般常用因式分解法:

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$(x-3)*(x+1) = 0$$

$$x1 = 3, x2 = -1$$

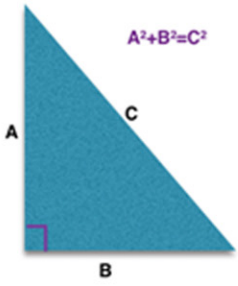
3. 不等式

$$x > y \xrightarrow{a > 0} ax > ay$$

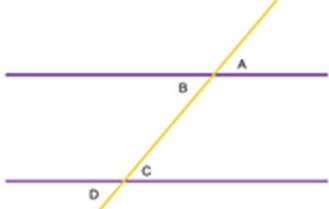
$$x > y \xrightarrow{a < 0} ax < ay$$

1. 平面几何与立体几何

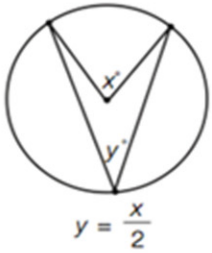
1) 直角三角形勾股定理。



2) 两直线平行，内错角相等($\angle B = \angle C$)，同位角相等($\angle A = \angle C$)。



3) 圆心角是圆周角的两倍。



4) 三角形中，任意两边之和大于第三边，两边之差小于第三边。

5) 判定四边形为平行四边形的条件：

- (1) 两组对边分别平行；
- (2) 两组对边分别相等；
- (3) 一组对边平行且相等；
- (4) 对角线互相平分。

6) 平面几何的周长和面积：

	Perimeter	Area
triangle	三边之和	(底×高)/2
square	边长×4	边长的平方
rectangle	(长+宽)×2	长×宽
parallelogram	(长+宽)×2	底×高
trapezoid	四边之和	(上底+下底)×高/2
rhombus	边长×4	两条对角线之积的 1/2
circle	$2\pi r = \pi d$	πr^2

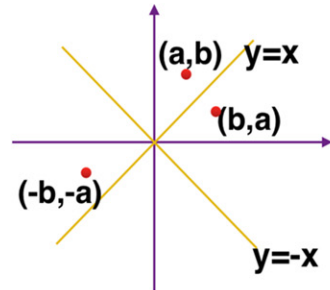
7) 立体几何的表面积和体积：

	Volume	Surface Area
rectangular solid	长×宽×高	$2(\text{长} \times \text{宽} + \text{长} \times \text{高} + \text{宽} \times \text{高})$
cube	棱长的立方	$6 \times \text{棱长} \times \text{棱长}$
cylinder	$\pi r^2 h$	$2\pi r h (\text{侧}) + 2\pi r^2 (\text{底})$
sphere	$\frac{4\pi r^3}{3}$	$4\pi r^2$
cone	$\frac{\pi r^2 h}{3}$	$\pi LR + \pi r^2$

2. 解析几何

1) 关于对称。

- ① 坐标(a,b)关于 $y=x$ 的对称点为(b,a)
- ② 坐标(a,b)关于 $y=-x$ 的对称点为(-b,-a)



几何

2) 直线方程。

① $y=kx+b$

(斜截式，k为斜率slope，b为截距intercept)

② $x/a + y/b = 1$

(截距式，a为x轴上截距，b为y轴上截距)

③ $(y-y_2)/(x-x_2) = (y_1-y_2)/(x_1-x_2)$

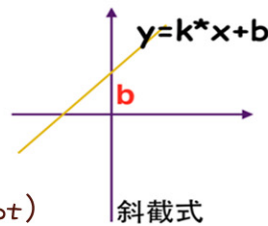
(两点式，已知 (x_1, y_1) , (x_2, y_2))

④ $(y-y_1)/(x-x_1) = k$

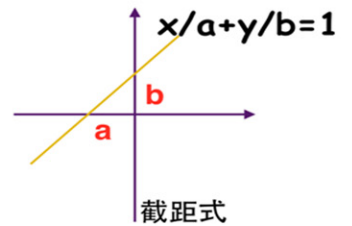
(点斜式，已知 (x_1, y_1) ，斜率k)

3) 两点距离公式：

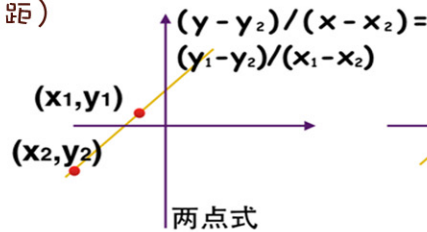
$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$



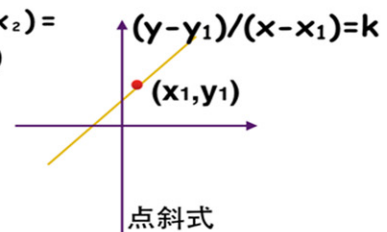
斜截式



截距式



两点式



点斜式



统计



姓名: Derek
身高: 186cm
偏差: $186 - 173.5 = 12.5$



姓名: 湿太
身高: 168cm
偏差: $168 - 173.5 = -5.5$



姓名: GL
身高: 177cm
偏差: $177 - 173.5 = 3.5$



平均数(mean) = $(186 + 168 + 177 + 168 + 163 + 183 + 163 + 180) / 8 = 173.5$

中位数(median) = $(177 + 168) / 2 = 172.5$

众数(mode) 168 & 163

范围(range) $186 - 163 = 23$

偏差(deviation) $d_i = a_i - E$ (均值)

方差(variance) $D = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k (a_i - E)^2$

标准差(standard deviation) $\sigma = \sqrt{D}$



姓名: Lis
身高: 163cm
偏差: $163 - 173.5 = -10.5$

姓名: 修修
身高: 168cm
偏差: $168 - 173.5 = -5.5$

注: 平均数和中位数有关系吗? (相互影响么)

Answer: No



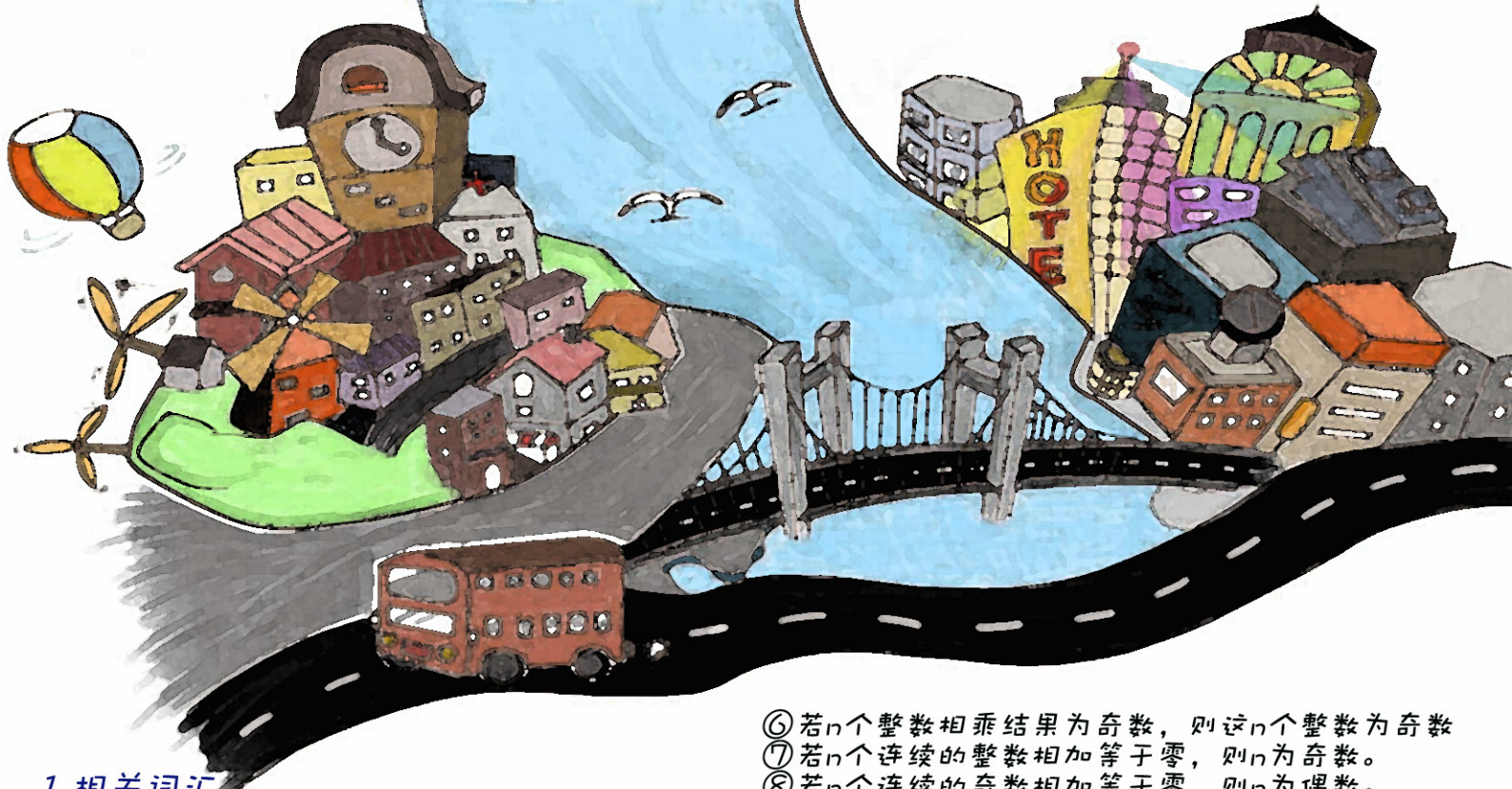
姓名: 施主
身高: 183cm
偏差: $183 - 173.5 = 9.5$



姓名: 小七
身高: 163cm
偏差: $163 - 173.5 = -10.5$

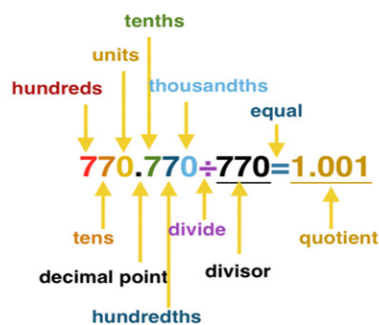


姓名: Chris
身高: 180cm
偏差: $180 - 173.5 = 6.5$



1. 相关词汇

common division 公约数	common factor 公因子
composite number 合数 (质数与1以外的自然数)	
consecutive integer 连续整数	
digit 位	dividend 被除数
divide 除以	divisor 除数
divisible by 可整除的	
evenly divisible 可整除的	even number 偶数
factor 因子	integer 整数
irrational 无理数	2-digit number 两位数
least common multiple 最小公倍数	
multiple 倍数	natural number 自然数
negative number 负数	nonzero 非零
odd number 奇数	positive number 正数
prime factor 质因子	prime number 质数
quotient 商	rational 有理数
real number 实数	remainder 余数
whole number 整数	units' digit 个位数
tens' digit 十位数	hundreds' digit 百位数



2. 相关知识点

1) 质数: 除了1和它本身之外没有别的因子的自然数。2是最小的质数, 也是唯一的偶质数。

1不是质数。如2, 3, 5, 7, 11, 13。

2) 合数: 除了1和它本身之外有别的因子的自然数。4是最小的合数。1不是合数。如4, 6, 8, 9。

3) 奇偶性分析:

① 偶数 = 偶数 + 偶数 或 奇数 + 奇数,

偶数 = 偶数 × 偶数 或 奇数 × 偶数

② 奇数 = 奇数 + 偶数

③ 奇数个奇数相加减, 结果为奇数

④ 偶数个奇数相加减, 结果为偶数

⑤ 任意个偶数相加减, 结果为偶数

⑥ 若n个整数相乘结果为奇数, 则这n个整数为奇数

⑦ 若n个连续的整数相加等于零, 则n为奇数。

⑧ 若n个连续的奇数相加等于零, 则n为偶数。

如: $(-3)+(-1)+1+3=0$

4) 若n能被a整除, 且能被b整除, 那么n一定能够被[a, b]整除。(其中[a, b]表示a和b的最小公倍数, 另外[a, b]表示a和b的最大公约数) 特别地, 当a, b互质(即无公因子), 则n能被a×b整除。(这里用到了公式[a, b]=a×b/[a, b]) 如n能被8和12整除, n也能被24整除; 如n能被8和11整除, n也能被88整除。

5) 一些整除性质。

已知C=A+B且A是m的倍数, 则C是m的倍数与B是m的倍数互为充分必要条件 推论:

一个数是否能够被5整除, 只要看它的最后一位。

一个数是否能够被4整除, 只要看它的后两位。

一个数是否能够被8整除, 只要看它的后三位。

一个数能否被3整除, 取决于各位之和能否被3整除。

6) 个位数为1的数任意次方个位数均为1。

个位数为5的数任意次方个位数均为5。

个位数为6的数任意次方个位数均为6。

7) 因子个数的求法:

将数n分解为质因子相乘的形式, 然后将每个质因子的幂指数分别加1之后相乘, 即为n的因子个数, 即 $n=a^x \cdot b^y \cdot c^z$ (a, b, c为质数)

因子数 = $(x+1)(y+1)(z+1)$

n的因子在 $\sqrt{n}$ 左右两侧对称分布,

如果n的因子个数为偶数, 一半因子大于 $\sqrt{n}$ 一半小于 $\sqrt{n}$

如果n的因子个数为奇数, 它必然是个完全平方数。

8) 余数表示法

如果一个数被A除余x, 被B除余y, 这个数可以表示成 $Cm+n$ (C是A与B的最小公倍数, n是同时满足上述两个条件的最小的整数)

9) 最小公倍数和最大公约数的求法

(1) 分解质因数

(2) 所有相同的质因数取相对小的幂次方, 然后相乘为最大公约数

(3) 所有不同的质因数及相同的质因数但次方不同的取相对大的幂次方, 然后相乘为最小公倍数

e.g. 84和54的最大公约数?

$84=2^2 \cdot 3 \cdot 7$

$54=2 \cdot 3^3$

最大公约数 = $2 \cdot 3 = 6$

最小公倍数 = $2^2 \cdot 3^3 \cdot 7 = 756$