

GRE数学

2.1 整数

M A K E I T E A S Y

2.1.1 整数的概念

Prime Numbers (质数) : 除了1和它本身之外, 不能被其他正整数所整除的自然数, 如: 2, 3, 5, 7, 11.....其中2是最小的质数。

2.1.1 整数的概念

Common Factor or Divisor (公约数或公因数)：如果一个数同时是几个数的约数，则称这个数为它们的公约数或公因数；

公约数中最大的被称为最大公约数 (公因数) (greatest common factor or divisor)。例如：2, 7, 14都是28, 42, 70的公约数，14是它们的最大公约数。

2.1.1 整数的概念

Consecutive Integers (连续整数)：按从小到大的顺序相连的几个整数称为连续整数。例如：-2, -1, 0, 1, 2是五个连续的整数。连续正整数的算术平均值是首项和末项的算术平均值。

2.1.2 整数的性质

任何一个大于2的偶数都可以表示为两个质数的和。

2.1.2 整数的性质

任何一个大于2的偶数都可以表示为两个质数的和。

例：下面哪个数不能表达为两个质数的和？

A.21 B.14 C.18 D.28 E.23

2.1.2 整数的性质

最大公约数和最小公倍数

2.1.2 整数的性质

最大公约数和最小公倍数

1. 最小公倍数的求解步骤：

所有的数分别表示为各自的质因数的乘积；

如果所有的乘积中有公因数，则将式子中相同的质因子都提出来，且只保留指数较大的一个因子作为公因数，除去其他乘积中指数较小的公因数；

将剩下的乘积中的所有因数乘起来，就得到最小公倍数。

2.1.2 整数的性质

最大公约数和最小公倍数

2. 最大公约数的求解步骤：

将所有的数表示成自己的质因数乘积的形式；

将式子中相同的质因子都提出来，并取幂指数较小的一个作为其相应的公因数；

将取出的公因数相乘，就得到了最大公约数。

2.1.2 整数的性质

最大公约数和最小公倍数

例：求84和90的最小公倍数和最大公约数。

2.1.2 整数的性质

因子数量

2.1.2 整数的性质

因子数量

因子个数求法：将数 n 分解成为质因子相乘的形式，然后将每个质因子的幂指数分别加1后连续相乘所得的结果就是 n 的因子个数，

$$n = a^x * b^y * c^z (a, b, c \text{ 为质数})$$

$$\text{因子数} = (x+1)(y+1)(z+1)$$

2.1.2 整数的性质

因子数量

例：求252因子个数。

2.1.2 整数的性质

因子数量

任何一个自然数若有奇数个因子，则此自然数必为完全平方数，若有偶数个因子，则必不为完全平方数

2.1.2 整数的性质

因子数量

只有一个因子的自然数只有1个，为1

2.1.2 整数的性质

因子数量

只有2个因子的自然数都是质数

2.1.2 整数的性质

因子数量

有2个以上（不包括2个）因子的数都是合数

2.1.2 整数的性质

余数算法

例：若自然数 n 被3除余2，被4除余1，问 n 被12除余几？

2.1.2 整数的性质

余数算法

例：2001年的元旦是星期六，问2002年的元旦是星期几？

2.1.2 整数的性质

自然数 n 次幂尾数特征

例： 3^{321} 和 7^{123} 的个位哪个大？

2.1.3 练习

1. How many positive whole numbers less than 81 are NOT equal squares of whole numbers?

2. A printer numbered consecutively the pages of a book, beginning with 1 on the first page. In numbering the pages, he printed a total of 189 digits.

Quantity A: The number of pages in the book

Quantity B: 100

3. $n = 7 \cdot 19^3$

Quantity A: The number of distinct positive factors of n

Quantity B: 10

4. Seven is equal to how many thirds of seven?

5. How many positive integers less than 20 are equal to the sum of a positive multiple of 3 and a positive multiple of 4?

6. What is the remainder when 6^3 is divided by 8?

7. For which of the following pairs of integers is the least common multiple of the integers minus their greatest common divisor the greatest?

8. If p is a prime number greater than 11, and p is the sum of the two prime numbers x and y , then x could be which of the following?

9. If x , y and z are consecutive integers and $x < y < z$, which of the following must be true?

- I. xyz is even
- II. $x+y+z$ is even.
- III. $(x+y)(y+z)$ is odd.

10. When a certain number is divided by 7, the remainder is 0. If the remainder is not 0 when the number is divided by 14, then the remainder must be

11.

Quantity A: The number of different positive divisors of 12

Quantity B: The number of different positive divisors of 50

12. Which of the following numbers is NOT the sum of three consecutive odd integers?

13. The number 10^{30} is divisible by all of the following EXCEPT

14. x is the sum of the first 25 positive even intergers. y is the sum of the first 25 positive odd integers.

Quantity A: x

Quantity B: $y+25$

15. When the even integer n is divided by 7, the remainder is 3.

Quantity A: The remainder when n is divided by 14

Quantity B: 10

16. If the sum of five consecutive even integers is 70, what is the value of the greatest of the five integers.

Thanks

新东方旗下官方网络课堂

www.koolearn.com