

GRE数学

5.3概率

M A K E I T E A S Y

5.3.1 独立/互斥事件概率

Probability (概率) :

亦称“或然率”、“几率”，某一类事件在相同的条件下可能发生也可能不发生，这类事件成为随机事件 (random occurrence) 。

概率就是用来表示随机事件发生的可能性大小的一个量。很自然地把必然发生的事件的概率定为1，并把不可能发生的事件的概率定为0，而一般随机事件的概率是介于0和1之间的一个数。

5.3.1 独立/互斥事件概率

等可能性事件的概率：

如果一次试验中共有 n 种等可能出现的结果，其中事件 A 包含的结果有 m 种，那么事件 A 的概率 $P(A) = \frac{m}{n}$ 。

5.3.1 独立/互斥事件概率

等可能性事件的概率：

如果一次试验中共有 n 种等可能出现的结果，其中事件 A 包含的结果有 m 种，那么事件 A 的概率 $P(A) = \frac{m}{n}$ 。

例：有7个奇数，5个偶数，从这12个数中任取一个是奇数的概率？

5.3.1 独立/互斥事件概率

互斥事件发生的概率：

如果事件 $A_1, A_2, \dots, A_n$ 彼此互斥，那么事件 $A_1, A_2, \dots, A_n$ 中有一个发生的概率为这 n 个事件分别发生的概率的和，即 $P(A_1 + A_2 + \dots + A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n)$ ，也即用“or，或”表达。（注：所谓互斥是指任两个之间都不可能同时发生）。

5.3.1 独立/互斥事件概率

互斥事件发生的概率：

如果事件 $A_1, A_2, \dots, A_n$ 彼此互斥，那么事件 $A_1, A_2, \dots, A_n$ 中有一个发生的概率为这 n 个事件分别发生的概率的和，即 $P(A_1 + A_2 + \dots + A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n)$ ，也即用“or，或”表达。（注：所谓互斥是指任两个之间都不可能同时发生）。

例：在12个球中，8个是一等品，3个是二等品，1个是三等品，求任取一个球是一等品或是二等品的概率？

5.3.1 独立/互斥事件概率

相互独立事件同时发生的概率：

如果时间相互独立，那么n个事件同时发生的概率等于每个事件发生的概率的积，即 $P(A_1, A_2, \dots, A_n) = P(A_1)P(A_2)\dots P(A_n)$ ，也即用“且”或“and”来表达。

5.3.1 独立/互斥事件概率

相互独立事件同时发生的概率：

如果时间相互独立，那么n个事件同时发生的概率等于每个事件发生的概率的积，即 $P(A_1, A_2, \dots, A_n) = P(A_1)P(A_2)\dots P(A_n)$ ，也即用“且”或“and”来表达。

例1：A坛中有7个白球，有3个黑球，B坛中有4个白球，5个黑球，问从这两个坛中分别摸出一个都是白球的概率？

5.3.1 独立/互斥事件概率

相互独立事件同时发生的概率：

如果时间相互独立，那么n个事件同时发生的概率等于每个事件发生的概率的积，即 $P(A_1, A_2, \dots, A_n) = P(A_1)P(A_2)\dots P(A_n)$ ，也即用“且”或“and”来表达。

例2: 两个骰子同样都是1的概率

两个骰子同样数字的概率

5.3.1 独立/互斥事件概率

独立重复试验发生的概率：

如果在一次试验中某事件发生的概率是 P ，那么在 n 次独立重复试验中这个事件恰好发生 K 次的概率为 $P_n(K) = C_n^k \cdot P^k(1-P)^{n-k}$ 。(详见5.5)

5.3.1 独立/互斥事件概率

独立重复试验发生的概率：

如果在一次试验中某事件发生的概率是 P ，那么在 n 次独立重复试验中这个事件恰好发生 K 次的概率为 $P_n(K) = C_n^k \cdot P^k(1-P)^{n-k}$ 。(详见5.5)

例：某气象站天气预报准确率为80%，求5次预报中有4次准确的概率？

5.3.2加法原则和乘法原则

加法原则：

做一件事，完成它可以有 n 类办法，在第一类办法中有 m_1 种不同的方法，在第二类方法中有 m_2 种不同的方法.....，在第 n 类方法中有 m_n 种不同的方法，那么完成这件事共有 $N = m_1 + m_2 + \dots + m_n$ 种不同的方法（在表达中用“或，or”时即为加法原则）。

5.3.2加法原则和乘法原则

加法原则：

做一件事，完成它可以有 n 类办法，在第一类办法中有 m_1 种不同的方法，在第二类方法中有 m_2 种不同的方法.....，在第 n 类方法中有 m_n 种不同的方法，那么完成这件事共有 $N = m_1 + m_2 + \dots + m_n$ 种不同的方法（在表达中用“或，or”时即为加法原则）。

例：某天从A地到B地，可乘汽车，也可乘火车，还可乘飞机，一天中，汽车有5班，火车有4班，飞机有2班，问一天中A地到B地共有多少种走法？

5.3.2加法原则和乘法原则

乘法原则:

做一件事，完成它需要 n 个步骤，做第一步有 m_1 种方法，做第二步有 m_2 种方法...，做第 n 步有 m_n 种方法，则完成这件事共有 $N = m_1 * m_2 * \dots * m_n$

5.3.2加法原则和乘法原则

乘法原则：

做一件事，完成它需要 n 个步骤，做第一步有 m_1 种方法，做第二步有 m_2 种方法...，做第 n 步有 m_n 种方法，则完成这件事共有 $N = m_1 * m_2 * \dots * m_n$

例：由A到B有3条路，由B到C有4条路，问由A经B到C有多少种不同的走法？

5.3.3 概率练习

1. From the 5 points A, B, C, D, and E on the number line below, 3 different points are to be randomly selected. What is the probability that the coordinates of the 3 points selected will all be positive?



2. A and B are independent events, and the probability that both events occur is $\frac{1}{2}$. Which of the following could be the probability that event A occurs? Indicate all such probabilities.

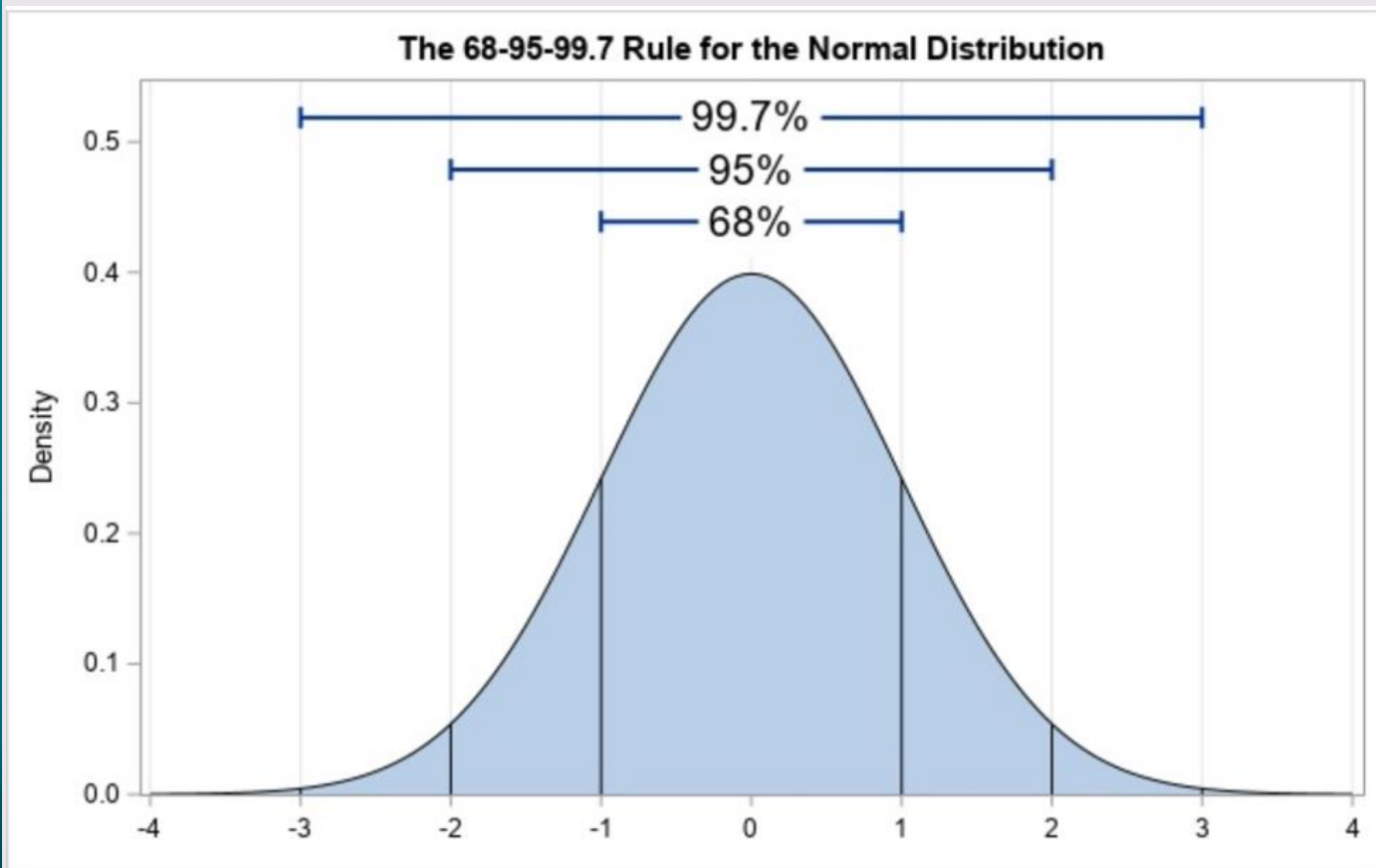
3. If one number is chosen at random from the first 1,000 positive integers, what is the probability that the number chosen is a multiple of both 2 and 8?

4. A box contains 10 balls numbered from 1 to 10 inclusive. If Ann removes a ball at random and replaces it, and then Jane removes a ball at random, what is the probability that both women removed the same ball?

5.3.4 正态分布

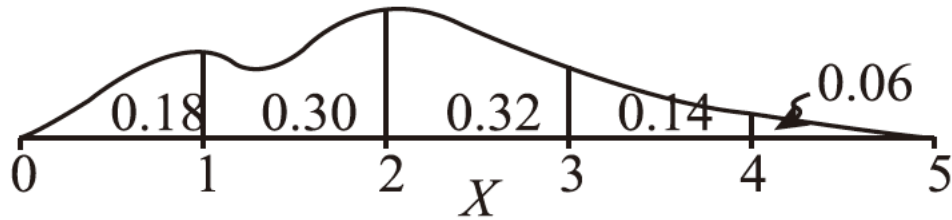
为什么叫“正态分布”，也有地方叫“常态分布”，这两个名字都不太直观，但如果我们各取一字变为“正常分布”，就很白话了，而这正是“正态分布”的本质含义，Normal Distribution。它太常见了，基本上能描述所有常见的事物和现象：正常人群的身高、体重、考试成绩、家庭收入等等。这里的描述是什么意思呢？就是说这些指标背后的数据都会呈现一种中间密集、两边稀疏的特征。以身高为例，服从正态分布意味着大部分人的身高都会在人群的平均身高上下波动，特别矮和特别高的都比较少见。

5.3.4正态分布



5.3.5正态分布练习

1. The figure below shows the probability distribution of a continuous random variable X . For each of the five intervals shown, the figure gives the probability that the value of X is in that interval. What is the probability that $1 < X < 4$?



2. The distribution of the numbers of hours that students at a certain college studies for final exams has a mean of 12 hours and a standard deviation of 3 hours. Which of the following numbers of hours are within 2 standard deviations of the mean of the distribution? Indicate all such numbers.

3. A random variable Y is normally distributed with a mean of 200 and a standard deviation of 10.

Quantity A: The probability of the event that the value of Y is greater than 220

Quantity B: $\frac{1}{6}$

Thanks 新东方旗下官方网络课堂

www.koolearn.com