

GRE数学

5.5 排列组合

M A K E I T E A S Y

5.5.1 排列组合相关概念

5.5.1 排列组合相关概念

1. Factorial Notation (阶乘) :

假设把1, 2, 3三个数字组成三位数, 组合的可能性有: 百位数3种, 十位数2种, 个位数1种, $3*2*1=3!$

n 个自然数1, 2, 3, ..., n 的乘积成为 n 的“阶乘”, 记作 $n!$, ($4! = 4*3*2*1$), 零的阶乘规定为1, 即 $0! = 1! = 1$ 。

$*n! = n (n-1) !$

5.5.1 排列组合相关概念

2. Permutation (排列) :

可重复排列:

从 n 个不同的元素 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 中, 有放回任取 m 次, 每次取一个, 所得到不同的序列共有多少种? 这种排列共有 n^m 种。

5.5.1 排列组合相关概念

2. Permutation (排列) :

不可重复排列简称为排列问题:

假设把1, 2, 3, 4, 5五个数字组成三位数, 根据前面的讲解分析一共有 $5 \times 4 \times 3 = 60$ 种情况。

5.5.1 排列组合相关概念

2. Permutation (排列) :

不可重复排列简称为排列问题:

现在我们来考虑一般的情况, 从 n 个对象中选出 m 个对象($m \leq n$), 然后对 m 个对象按顺序排列, 排第一的有 n 种可能, 第二的有 $n-1$ 种, 第 m 的有 $(n-m+1)$ 种, 共有

$$n(n-1)(n-2) \dots (n-m+1)$$

5.5.1 排列组合相关概念

2. Permutation (排列) :

不可重复排列简称为排列问题:

现在我们来考虑一般的情况, 从 n 个对象中选出 m 个对象($m \leq n$), 然后对 m 个对象按顺序排列, 排第一的有 n 种可能, 第二的有 $n-1$ 种, 第 m 的有 $(n-m+1)$ 种, 共有

$$n(n-1)(n-2) \dots (n-m+1)$$

$$n(n-1)(n-2) \dots (n-m+1) \frac{(n-m)!}{(n-m)!} = \frac{n!}{(n-m)!}$$

5.5.1 排列组合相关概念

2. Permutation (排列) :

不可重复排列简称为排列问题:

现在我们来考虑一般的情况, 从 n 个对象中选出 m 个对象($m \leq n$), 然后对 m 个对象按顺序排列, 排第一的有 n 种可能, 第二的有 $n-1$ 种, 第 m 的有 $(n-m+1)$ 种, 共有

这样的排列总数计为 P_n^m , $P_n^m = \frac{n!}{(n-m)!} (1 \leq m \leq n)$

5.5.1 排列组合相关概念

3. Recombination (组合) :

把1, 2, 3, 4, 5五个数字组成三位数, 改成ABCDE中选出三个字母, 但不要求进行排列 (不需要排序), 一共有多少种?

5.5.1 排列组合相关概念

3. Recombination (组合) :

把1, 2, 3, 4, 5五个数字组成三位数, 改成ABCDE中选出三个字母, 但不要求进行排列 (不需要排序), 一共有多少种?

ABC ABD ABE ACD ACE ADE BCD BCE BDE CDE, 共10种。
不需要排序时, 五个对象选出三个有10种不同的情况, 对三个对象排序的方法有 $3! = 6$ 种, 两个结果相乘就是排列的结果 (从 n 个对象中选出 m 个对象($m \leq n$), 选择但不排序的总数计为 C_n^m)

5.5.1 排列组合相关概念

3. Recombination (组合) :

把1, 2, 3, 4, 5五个数字组成三位数, 改成ABCDE中选出三个字母, 但不要求进行排列 (不需要排序), 一共有多少种?

ABC ABD ABE ACD ACE ADE BCD BCE BDE CDE, 共10种。

不需要排序时, 五个对象选出三个有10种不同的情况, 对三个对象排序的方法有 $3! = 6$ 种, 两个结果相乘就是排列的结果 (从 n 个对象中选出 m 个对象($m \leq n$), 选择但不排序的总数计为 C_n^m)

选且排序 = 选但不排序 * 只排序

5.5.1 排列组合相关概念

3. Recombination (组合) :

把1, 2, 3, 4, 5五个数字组成三位数, 改成ABCDE中选出三个字母, 但不要求进行排列 (不需要排序), 一共有多少种?

选且排序 = 选但不排序 * 只排序

$$P_n^m = C_n^m * m!$$

5.5.1 排列组合相关概念

3. Recombination (组合) :

把1, 2, 3, 4, 5五个数字组成三位数, 改成ABCDE中选出三个字母, 但不要求进行排列 (不需要排序), 一共有多少种?

选且排序 = 选但不排序 * 只排序

$$P_n^m = C_n^m * m!$$

$$C_n^m = \frac{P_n^m}{m!} = \frac{n!}{m!(n-m)!} \quad (1 \leq m \leq n)$$

5.5.1 排列组合相关概念

3. Recombination (组合) :

把1, 2, 3, 4, 5五个数字组成三位数, 改成ABCDE中选出三个字母, 但不要求进行排列 (不需要排序), 一共有多少种?

选且排序 = 选但不排序 * 只排序

$$P_n^m = C_n^m * m!$$

$$C_n^m = \frac{P_n^m}{m!} = \frac{n!}{m!(n-m)!} \quad (1 \leq m \leq n)$$

$$C_n^m = C_n^{n-m} \quad (1 \leq m \leq n)$$

5.5.1排列组合相关概念

3. Recombination (组合) :

把1, 2, 3, 4, 5五个数字组成三位数, 改成ABCDE中选出三个字母, 但不要求进行排列 (不需要排序), 一共有多少种?

选且排序=选但不排序*只排序

$$P_n^m = C_n^m * m!$$

$$C_n^m = \frac{P_n^m}{m!} = \frac{n!}{m!(n-m)!} \quad (1 \leq m \leq n)$$

$$C_n^m = C_n^{n-m} \quad (1 \leq m \leq n)$$

$$0! = 1, C_n^0 = P_n^0 = 1, C_n^1 = P_n^1 = n \quad (n \geq 1)$$

5.5.1 排列组合相关概念

3. Recombination (组合) :

例: From the 5 points A, B, C, D, and E on the number line below, 3 different points are to be randomly selected. What is the probability that the coordinates of the 3 points selected will all be positive?



5.5.1 排列组合相关概念

4. 独立重复事件发生的概率

独立重复事件发生的概率：如果一次试验中某件事发生的概率为 P ，那么在 n 次独立重复事件中这件事恰好发生的 K 次的概率为 $P_n(K) = C_n^K * P^K (1 - P)^{n-K}$

例：某气象站天气预报准确率为80%，求5次预报中有4次准确的概率？

5.5.2练习

1. A linen shop has a certain table cloth that is available in 8 sizes and 10 colors. What is the maximum possible number of different combinations of size and color available?

2. A gardener wishes to plant 5 bushes in a straight row. Each bush has flowers of a different solid color (white, yellow, pink, red, and purple). How many ways can the bushes be arranged so that the middle bush is the one with red flowers?

3. What is the total number of different 5-digit numbers that contain all of the digits 2, 3, 4, 7 and 9 and in which none of the odd digits occur next to each other?

4. In a series of races, 10 toy cars are raced, 2 cars at a time. If each car must race each of the other cars exactly twice, how many races must be held?

5. Three red marbles and two white marbles are placed in an empty box. One marble at a time is to be selected randomly and removed from the box until all 5 marbles have been removed. What is the probability that each of the first 3 marbles removed will be red?

6. The buyer of a certain mechanical toy must choose 2 of 4 optional motions and 4 of 5 optional accessories. How many different combinations of motions and accessories are available to the buyer?

7. In a soccer league, if there were 10 teams, and each team played each of the other teams 16 times, how many games did each team play?

Thanks 新东方旗下官方网络课堂

www.koolearn.com